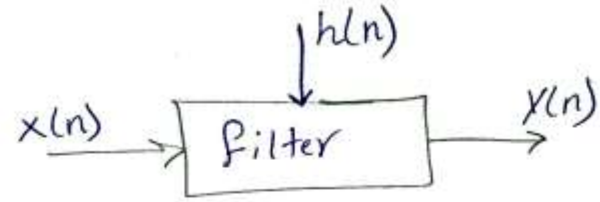
1

DSP session

14/12/2015

"Digital Filter"



← عايز (frequency) معين ⇐ هطلع ال (T.F) لل system
(dynamics) التي ستغذى مجموعة ال (freq) اللى عايز.

$$y(n) = h(n) * X(n)$$

↳ Convolution

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) \Rightarrow \frac{Y(z)}{X(z)} = H(z)$$

We implement the T.F using Digital structure (Filter)

* Direct Form I
* Direct Form II
* Parallel Form

→ review on FIR / IIR

FIR → Finite impulse response.

IIR → infinite " "

$$y(n) = \sum_{K=0}^{N} a_K \, X(n-K) \rightarrow (1)$$

ال o/p معتمد على عدد N من ال I/P

$$y(n) = \sum_{K=0}^{\infty} a_K \, X(n-K)$$

ال (o/P) معتمد على (I/P) وعلى القيم السابقة من لحظة ما بدأت.

← وهو غير قابل للتطبيق لأنه هيحتاج عدد لانهائي من ال (memory positions)

ـــ لما أستعمل مجموعة من الـ (o/Ps) السابقة التى تعبر عن تخزين الـ (i/Ps) السابقة من خلالها يتم دراسة الـ ~~(system)~~ (system i/P) من أول ما أشتغل.

$$y(n) = \sum_{K=1}^{N-1} a_K\, y(n-K) + \sum_{K=0}^{N} a_K\, X(n-K) \longrightarrow (2)$$

الـ (x term) الـ Σ بتاعها بيعطى zeros

Apply z-transform on(1)

$$Y(z) = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots)\, X(z)$$

كل دول عبارة عن (zero)

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} \cdots\cdots$$

والـ (y term) الـ Σ بتاعها يعطى poles.

Apply Z.T on (2)

$$y(z) = a_1 z^{-1} y(z) + a_2 z^{-2} y(z) + \cdots$$

$$= b_0\, x(z) + b_1\, x(z)\, z^{-1} + \cdots$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots}$$

* بالضرب بسطاً ومقاماً فى z^n هيطلع معامل أعلى البسط مثلة فى المقام يبقى عمل (long division) عشان أطلع الـ (Partial fraction).
* بالتالى هيطلع حد ثابت يعنى إن (c) أول ما أدخل I/P هيطلع o/P وده مش حقيقى فى (Physical system) لو عندى .sys شغال بـ mill.sec والـ (Controller) شغال بـ Msec بالتالى كل ما يتغير به الـ I/P ينتظر الـ (Controller) "Msec 1000" وبالتالى التغير ليس لحظى لذا قيمة b_0 تكون صفر.

DSP: p49

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots}$$

b_0 ← غالباً تكون بصفر (لو بتكلم عن Physical sys.)

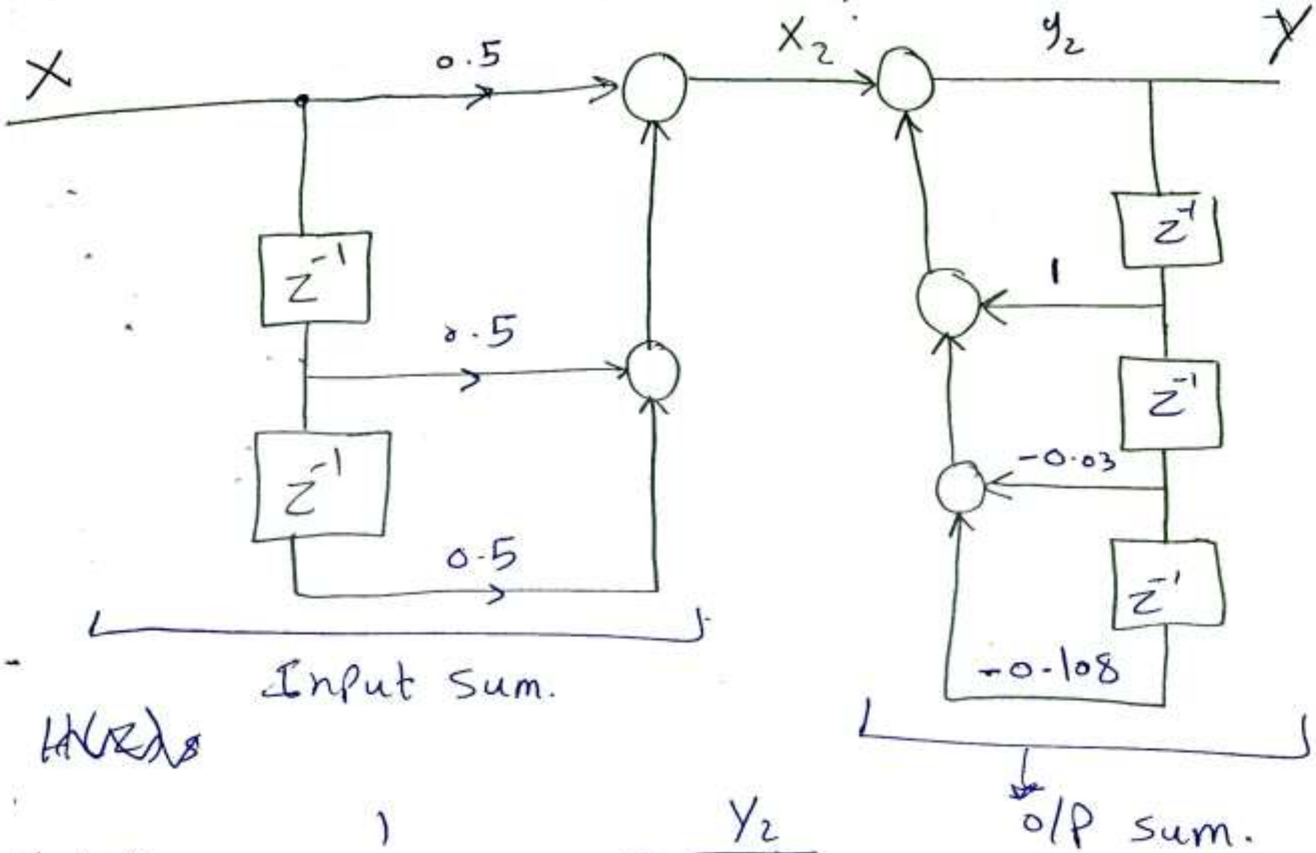
$$H(z) = \frac{0.5\left(1+z^{-1}+z^{-2}\right)}{\left(1-0.3z^{-1}\right)\left(1+0.4z^{-1}\right)\left(1+0.9z^{-1}\right)}$$

$$= \frac{0.5\left(1+z^{-1}+z^{-2}\right)}{1+z^{-1}-0.03z^{-2}-0.108z^{-3}} = H_1(z)\,H_2(z)$$

$$\left.\begin{aligned} H_1(z) &= 0.5\left(1+z^{-1}+z^{-2}\right) \\ H_2(z) &= \frac{1}{1+z^{-1}-0.03z^{-2}-0.108z^{-3}} \end{aligned}\right\} \text{Direct I}$$

$$H_1(z) = 0.5\left(1+z^{-1}+z^{-2}\right) = \frac{Y_1}{X_1}$$

$$Y_1 = 0.5\left(X_1 + X_1 z^{-1} + X_1 z^{-2}\right)$$



~~H(z)s~~

$$H_2(z) = \frac{1}{1+z^{-1} \;\text{---}} = \frac{Y_2}{X_2}$$

$$\underbrace{y_2 + y_2 z^{-1} - 0.03 z^{-2} - 0.108\, y_3 z^{-3}}_{\downarrow} = X_2$$

$$y_2 = X_2 - [\qquad\qquad\qquad\qquad]$$

$$\left.\begin{aligned} H_1 &= \frac{1}{1+z^{-1} - 0.03 z^{-2} - 0.108 z^{-3}} \\ H_2 &= 0.5(1+z^{-1}+z^{-2}) \end{aligned}\right\} \text{Direct II}$$

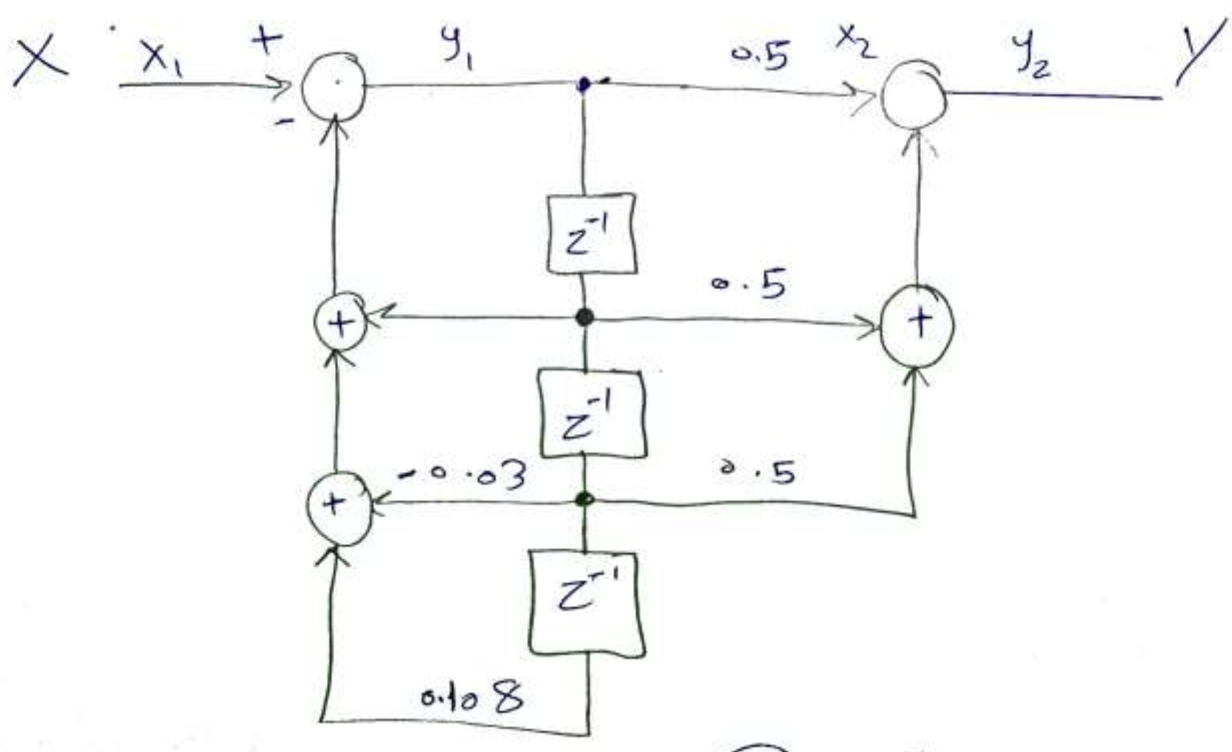
$$H_1(z) = \frac{Y_1}{X_1} = \frac{1}{1 + z^{-1} - 0.03 z^{-2} - 0.108 z^{-3}}$$

$$y_1 + \underbrace{y_1 z^{-1} - 0.03\, y_1 z^{-2} - 0.108 z^{-3}} = x_1$$

$$y_1 = x_1 - [\qquad\qquad]$$

$$H_2 = 0.5\left(1 + z^{-1} + z^{-2}\right) = \frac{y_2}{x_2}$$

$$y_2 = 0.5\left(x_2 + x_2 z^{-1} + x_2 z^{-2}\right)$$



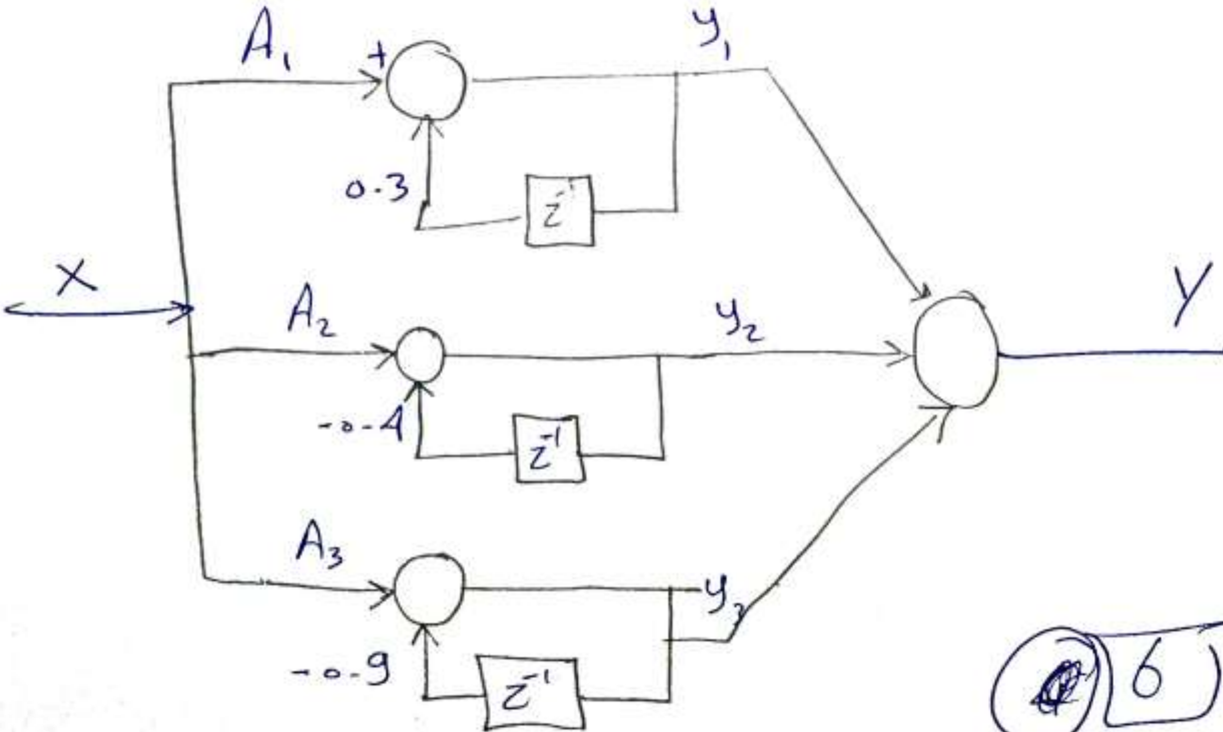
$$* \quad H(z) = \frac{0.5\left(1 + z^{-1} + z^{-2}\right)}{\left(1 - 0.3z^{-1}\right)\left(1 + 0.4z^{-1}\right)\left(1 + 0.9z^{-1}\right)}$$

$$= \frac{0.5\left(z^{2} + z + 1\right)z}{(z - 0.3)(z + 0.4)(z + 0.9)}$$

$$= \underbrace{\frac{A_1 z}{z - 0.3}}_{H_1} + \underbrace{\frac{A_2 z}{z + 0.4}}_{H_2} + \underbrace{\frac{A_3 z}{z + 0.9}}_{H_3}$$

$$H_1(z) = \frac{A_1}{1 - 0.3z^{-1}} = \frac{Y_1}{X_1}$$

$$A_1 X = Y_1 - 0.3\, y_1 z^{-1} \Rightarrow y_1 = A_1 X + 0.3\, y_1 z^{-1}$$



Given

$$y(n) - \frac{3}{4} y(n-1) + \frac{1}{8} y(n-2) = x(n) + \frac{1}{2} x(n-1)$$

Z-Transform

$$Y(z)\left(1 - \frac{3}{4} z^{-1} + \frac{1}{8} z^{-2}\right) = X(z)\left(1 + \frac{1}{2} z^{-1}\right)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.5\, z^{-1}}{1 - 0.75\, z^{-1} + 0.125\, z^{-2}}$$

← ده (2nd order) مكمه ولا يحلل.

لو إذا كان المقام غير قابل للتحليل ومحتاجين نجيبه

الـ (Parallel)

هنحلها ب Direct I , Direct II

$\boxed{}$ $\boxed{7}$